Studiați convergența șirurilor:

1. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 1 - \frac{1}{4a_n}$
2. $a_0 \in (0,1)$, $a_n = a^2_{n-1} - a_{n-1} + 1$. Arătați că $\lim\limits_{n\to\infty} a_0 a_1 \dots a_n = 0$. Dacă $(\exists) n \geq 1$ astfel încât $a_n = a_0$ atunci $a_n = a_0$ $(\forall) n \geq 1$
3. $a^3_n + n^2 a_n + 1991 = 0$. Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} (1992 + n^2 a_n)^{\frac{3}{1991+n^2 a_n}}$
4. $a_0 \geq 0$, $a_{n+1} = a_n 2^{-a_n}$. Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ si $\lim\limits_{n\to\infty} n a_n$
5. $a_1 = \alpha$, $a_{n+1} = (n+1)\frac{a_n}{n} + \frac{1}{n}$. Pentru ce număr α șirul dat este convergent?
6. $a_n = \sum_1^n \frac{k}{2^k}$.
7. Dacă pentru un șir (a_n) avem: $\lim\limits_{n\to\infty} (a_n + \frac{1}{a_n}) = 2$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 1$.
8. $x_1 > 0$, $x^3_{n+1} + x_{n+1} = x_n$
9. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^n$. Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n a_n$.
10. $a_1 = 1$, $a_n = n\,(a_{n-1} + 1)$. Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} \prod_1^n \left(1 + \frac{1}{a_k}\right)$.
11. $a_n + b_n\sqrt{3} = (1 + \sqrt{3})^n$ cu $a_n, b_n \in \mathbb{N}$, $\forall$ n. Calculați $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$.
12. $a_0 = a$, $a_1 = b$, $a_{n+2} = \frac{5}{6} a_{n+1} - \frac{1}{6} a_n$.
13. $a_0 = a$, $a_1 = b$, $a_{n+2} = a_{n+1} - \frac{a_n}{4}$.
14. $a_0 > 0$, $a_{n+1} = a_n \frac{a_n^2 + 3a}{3a_n^2 + a}$
15. $a_1 \in (0,1)$, $a_n (1 - a_{n+1}) > \frac{1}{4}$.
16. $a_1 = b_1 = 1$, $a_{n+1} = \sqrt{2 + b_n}$, $b_{n+1} = \sqrt{2a_n}$.
17. $a_1 = a$, $a_{n+1} = a_n^2 + (1-2a)a_n + a^2$. Cât este a pentru ca șirul să fie convergent?
18. $a_0 > 0$, $a_{n+1} = \frac{2a\, a_n}{a + a_n}$.
19. $a_1 > 1$, $a_{n+1} = \frac{2}{1 + a_n}$.
20. $a_1 = 1$, $a_n = \frac{a_{n-1} + \frac{2}{a_{n-1}}}{2}$, $n \geq 2$.
21. $a_1 = a_0 = 0$, $a_{n+1} = \frac{a + a_n + a_{n-1}^2}{3}$, cu $a \in [0, 1]$.
22. $x_0 = 1 = y_0$ și $x_n = \frac{x_{n-1}}{2} + \frac{y_{n-1}}{4}$, $y_n = x_{n-1} + \frac{y_{n-1}}{2}$.

23. $a_1 = \frac{\alpha}{2}$, $a_{n+1} = \frac{\alpha}{2} + \frac{a_n^2}{2}$, $\alpha \in (0, 1]$.

24. $a_1 \in [1,2]$, $a_{n+1} = a_n^2 - 2a_n + 2$.

25. $x_1 < 0$, $x_{n+1} = e^{x_n}$ - 1. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ = -2.

26. $a_0 = 1$, $a_{n+1} = 1 + a_n^2$.

27. $a_1 = a + b$, $a_{n+1} = a + b - \frac{ab}{a_n}$.

28. $a_1 = a \in (1, e^{\frac{1}{e}}]$, $a_{n+1} = a^{a_n}$.

29. $a_0 = a$, $a_1 = a^2$, $a_n = a\, a_{n-1} + a_{n-2}$, cu a ≠0. Atunci $a_0^2 + a_1^2 + ... + a_n^2 = \frac{a_n a_{n+1}}{2}$.

30. $a_1 > 0$, $a_{n+1} = \ln(1 + a_n)$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 2$.

31. $a_1 = \frac{2}{3}$, $a_2 = \frac{1}{3}$, $(n+1)!(a_n - a_{n-2}) + n^2 + n - 1 = 0$.

32. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{1+a_n n}$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} (n+1)^2\, a_{n+1} = 2$.

33. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + \sqrt{3a_n^2 - 2}$, $a \in \mathbb{N}$, ∀ n.

34. $a_1 = \frac{1}{6}$, $a_{n+1} = \frac{n\, a_n}{n+3}$. Determinați a_n. Arătați că $\lim\limits_{n\to\infty} \sum a_i = \frac{1}{4}$.

35. Șirul Fibonacci : $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $a_3 = 1$, $a_4 = 2$, $a_5 = 3$, $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$.

Aratati ca oricare ar fi n numar natural, al n-lea numar din sir este multiplu de x_n.