

**Examenul de bacalaureat național 2019**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{st-nat}}$**

**Varianta 6**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați termenul  $b_3$  al progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $b_1 = 1$  și rația  $q = 5$ .
- 5p** 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x + 1$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 4x - 5$ . Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor celor două funcții.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{2x} + x = 4$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{49}\}$ , acesta să fie număr natural.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,3)$ ,  $B(-3,0)$  și  $C(-3,6)$ . Determinați ecuația medianei din  $A$  a triunghiului  $ABC$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\sin x(3\sin x - \cos x) + \cos x(\sin x + 3\cos x) = 3$ , pentru orice număr real  $x$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} a & 4 \\ -4 & a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(-1)) = 17$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $A(2019 - a) + A(2019 + a) = 2A(2019)$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p** c) Determinați perechile de numere reale  $x$  și  $y$ , pentru care  $A(x)A(y) = 2A(-8)$ .
2. Pe mulțimea  $G = (-2, 2)$  se definește legea de compoziție  $x * y = \frac{4x + 4y}{4 + xy}$ .
- 5p** a) Arătați că 0 este elementul neutru al legii de compoziție „\*”.
- 5p** b) Determinați  $x \in G$ , pentru care  $x * x = \frac{8}{5}$ .
- 5p** c) Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow G$ ,  $f(x) = \frac{2(x-1)}{x+1}$ . Demonstrați că  $f(xy) = f(x) * f(y)$ , pentru orice  $x, y \in (0, +\infty)$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 - 2x + 2\ln(x+1)$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{-2x}{x+1}$ ,  $x \in (-1, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $\ln(1 + \cos x) \leq \cos x$ , pentru orice  $x \in (0, \pi)$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+3}{e^x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_{-1}^1 f(x)e^x dx = 6$ .
- 5p** b) Demonstrați că orice primitivă a funcției  $f$  este crescătoare pe intervalul  $[-3, +\infty)$ .
- 5p** c) Determinați numărul natural nenul  $n$ , știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = n$  are aria egală cu  $4 - 6e^{-n}$ .